



Faculty of Mechanical Engineering - Slovak University of Technology in Bratislava

6th International Conference **APLIMAT 2007**

Session: Open Source Software in Research and Education

VÝUČBA MATEMATIKY S VYUŽITÍM OPEN SOURCE PROGRAMOV MAXIMA A OCTAVE

BUŠA, Ján, (SK)

Abstrakt. Softvér s otvoreným zdrojovým kódom (Open Source Software – OSS) je možné legálne využívať na výučbu matematiky. Jeho kvalita je postačujúca na riešenie mnohých úloh, ktoré sa objavujú v rôznych predmetoch. OSS systém počítačovej algebry Maxima je dôstojnou alternatívou k programom Maple alebo Mathematica. Maticové laboratórium Octave (spoločne s Pylabom alebo Scilab) je užitočnou náhradou Matlabu. OSS je možné využívať doma alebo v práci, a to aj po ukončení štúdia na vysokej škole.

Kľúčové slová. Výučba matematiky, open source softvér, Maxima, Octave.

TEACHING MATHEMATICS USING OPEN SOURCE PROGRAMS MAXIMA AND OCTAVE

Abstract. The Open Source Software may be legally used in teaching mathematics. Its quality is sufficient for solving many problems which arise in different subjects. OSS Computer Algebra System Maxima is a dignified alternative to the Maple or Mathematica programs. Matrix Laboratory Octave (together with Pylab or Scilab) is a useful equivalent to Matlab. It is possible to use OSS at home or at work even after graduation.

Key words and phrases. Teaching Mathematics, Open Source Software, Maxima, Octave.

1 Úvod

Spolu s nárastom počtu osobných počítačov a rôznych programov sa v posledných (dvadsiatich?) rokoch čoraz častejšie diskutuje o ich využívaní vo výučbe. Tento trend nemohol

obísť ani matematiku. Kým koncom sedemdesiatych a začiatkom osemdesiatych rokov sa využívali počítače najmä na výučbu programovania a podobných predmetov, dnes je snád' možné (a potrebné) uvažovať o ich nasadení prakticky v každom predmete. V matematike spomeňme predmety ako sú numerická matematika, pravdepodobnosť a matematická štatistika, optimalizačné metódy, lineárna algebra, matematická analýza a ďalšie, do výučby ktorých postupne zasiahla výpočtová technika.

V súčasnosti popri komerčných programoch, akými sú MATLAB, Mathematica, Maple, Statistica, SPSS či S-plus, ktoré sa stali vynikajúcimi pomôckami profesionálov máme k dispozícii aj celý rad nekomerčných programov, medzi nimi mnohé tzv. programy s otvoreným zdrojovým textom (open source softvér – OSS). Na stránke <http://www.usinglinux.org/math/> nájdeme zoznam, pozostávajúci z 285 programov, balíčkov resp. knižníc programov (z toho, napríklad, 55 perlovských modulov). Na stránke <http://maxima.sourceforge.net/compalg.shtml> nájdeme 6 rôznych systémov počítačovej algebry. Jedná sa v prevažnej miere o OSS.

1.1 Výhody a nevýhody používania open source softvéru vo výučbe

Uvažujme nasledujúce princípy používania softvéru, ktorými by sme sa mali riadiť pri rozhodovaní o nasadení rôznych programov najmä do *masovej* (týkajúcej sa veľkého počtu študentov) výučby:

Použitelnosť – je potrebné využívať kvalitné a spoľahlivé programy. O použiteľnosti takých programov ako napr. MATLAB, Mathematica či Maple snád' nikto nepochybuje. Málokto však vie, že tieto programy sa do veľkej miery (a z hľadiska výučby základných predmetov prakticky úplne) dajú nahradiť OSS.

Legálnosť – tento princíp sa zdá byť samozrejmý. Rôzne licencie ešte umožňujú využívať komerčný softvér vo výučbe *takmer* legálne, avšak ich platnosť sa väčšinou končí v priestore na území školy a v čase ukončením štúdia. V prípade použitia OSS podobné problémy (v závislosti od druhu licencie konkrétneho programu) prirodzene nenastávajú.

Dostupnosť – jedná sa predovšetkým o finančnú dostupnosť. Viete si napríklad predstaviť, že si 500 študentov jedného ročníka nejakej fakulty zakúpi komerčný softvér (v cene niekoľkých *desiatok* tisíc korún), aby mohli vypracovávať domáce zadania? OSS si každý (študent aj učiteľ) môže väčšinou bezplatne stiahnuť z internetu, nainštalovať a legálne používať. Etickým problémom v tomto prípade ostáva už len to, či je možné požadovať od študenta (zrejme nie), aby mal doma osobný počítač. Vzhľadom na reálnu situáciu sa tento problém dá vyriešiť sprístupnením počítačových učebníc aj mimo výučby. Za dôležité pokladáme, aby študent mohol užitočné programy, s ktorými sa oboznámi počas štúdia, legálne používať aj po jeho ukončení.

Teda na jednej strane máme OSS, ktorého kvalita nemusí dosahovať kvalitu komerčných programov, ale ktorý budeme používať legálne a na druhej strane máme komerčné programy v profesionálnej kvalite za odpovedajúcu cenu, ktorá prakticky vylučuje možnosť legálneho použitia (najmä mimo školy). Ktorú z týchto možností zvolíme?

Z veľkého množstva OSS programov sa budeme ďalej venovať len dvom – systému počítačovej algebry Maxima a maticovému laboratóriu Octave. Učebnice k týmto a ďalším programom [1–7] sú voľne prístupné na stránke <http://people.tuke.sk/jan.busa/kega/> v dvoch formátoch – vhodných na vytlačenie resp. na prezeranie na obrazovke. Veríme, že sa počet učebníc o ďalšom OSS v budúcnosti rozrastie.

2 Výučba matematickej analýzy s programom Maxima

Začnime stručnou charakteristikou programu Maxima. Systém počítačovej algebry Maxima:

- je interaktívne prostredie na riešenie rôznych matematických úloh,
- umožňuje vykonávanie symbolických úkonov a úprav, vrátane faktorizácie a zjednodušovania výrazov,
- dokáže riešiť analytické úlohy – výpočet limít, derivovanie, integrovanie, určovanie Taylorovho polynómu funkcií, výpočet súčtu radu, určenie obrazu a predmetu Laplaceovej transformácie a iné,
- dokáže riešiť obyčajné diferenciálne rovnice 1. a 2. rádu (vrátane začiatkových a okrajových úloh) a sústavy lineárnych diferenciálnych rovníc s konštantnými koeficientmi,
- umožňuje vytváranie grafov funkcií jednej a dvoch premenných, napríklad využitím programu Gnuplot,
- spolu s prostredím wxMaxima (v OS Linux aj eMaxima) uľahčuje riešenie úloh,
- zobrazuje výsledky v rôznych formátoch, umožňuje ukladať výsledky práce, aj vo forme zdrojového súboru \TeX ,
- umožňuje získať návyky použiteľné pri práci s inými systémami počítačovej algebry.

Program Maxima:

- *nedosahuje* 100 %-nú úroveň programov Maple resp. Mathematica, tieto sú však skôr profesionálne,
- *je vhodný* na použitie vo výučbe na stredných a vysokých školách, aj ako užitočná pomôcka vedeckých pracovníkov.

V štvrtej kapitole učebnice [1] sú postupne uvedené úlohy, ktoré sa bežne riešia v predmetoch Matematická analýza I a II na technických, prírodovedných a ekonomických fakultách. Výučbu je možné organizovať, napríklad, tak, že sa každé tretie cvičenie uskutočňuje pri počítači. Študenti by mali najprv získať základné návyky riešenia úloh bez počítača. Na úrovni bakalárskeho štúdia však nemá zmysel venovať sa „ručnému“ riešeniu komplikovanejších úloh – po zvládnutí základov je možné uviesť aj *počítačové* riešenie analytických úloh.

Príklad 2.1 *Vypočítajme Taylorov polynóm 5. stupňa so stredom v bode $x_0 = 0$ funkcie*

$$f(x) = \frac{\sin(x^2)}{x^2 + 2x + 3}.$$

Riešenie. V programe Maxima použijeme funkciu `taylor`:

```
(%i22) taylor(sin(x^2)/(x^2+2*x+3), x, 0, 5);
```

```
(%o22)  $\frac{x^2}{3} - \frac{2x^3}{9} + \frac{x^4}{27} + \frac{4x^5}{81} + \dots$ 
```

Poznámka 2.2 *Tento príklad ukazuje, že nielen na úrovni bakalárskeho štúdia je niekedy užitočné použiť systém počítačovej algebry a získať tak čas na štúdium dôležitejších častí predmetu. Hoci dobrý študent by teoreticky mal zvládnuť výpočet danej úlohy, na ktorej riešenie je potrebná prakticky len znalosť pravidiel derivovania, časová náročnosť jej riešenia je veľká aj pre pedagóga.*

3 Maticové laboratórium Octave

Máloktoľ učiteľ a študent technickej univerzity nepočul nič o programe Matlab. Tento vynikajúci program, má však jednu veľkú nevýhodu, ktorou je jeho cena. Navyše, každý rozširujúci nástroj (toolbox) je potrebné zvlášť dokúpiť. Vo výučbe predmetov Lineárna algebra, Numerická matematika, pravdepodobnosť a matematická štatistika je možné Matlab nahraďiť OSS programom Octave (prípadne programom Pylab alebo Scilab). Program Octave poskytuje:

- interaktívne prostredie na riešenie rôznych úloh numerickej matematiky, vrátane spracovania experimentálnych údajov,
- možnosť efektívne pracovať s maticami,
- veľké množstvo maticových operácií a funkcií, aplikačné rozhranie vyššej úrovne k mnohým knižniciam numerickej matematiky, napríklad k LAPACKu alebo BLASu,

- programovací jazyk, prakticky kompatibilný s jazykom používaným systémom MATLAB,
- možnosť vytvárania grafických výstupov.

Program Octave:

- nemá grafické užívateľské prostredie ako MATLAB,
- nemá ani takú širokú škálu nástrojov (toolboxov) ako MATLAB, napríklad,
- neumožňuje symbolické výpočty,
- neposkytuje ani také možnosti ako SIMULINK.

Syntax programu Octave je prakticky zhodná so syntaxou Matlabu. Preto je možné Octave používať napríklad v predmetoch, kde je väčší počet študentov (medzi ktoré patria aj predmety uvedené vyššie) a v prípade odborných predmetov s menším počtom študentov používať Matlab.

Príklad 3.1 Určime riešenie nasledujúcej sústavy lineárnych algebrických rovníc:

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= 8, \\2x_1 + 4x_2 + 6x_3 &= 16, \\3x_1 + 6x_2 + 9x_3 &= 24.\end{aligned}\tag{1}$$

Poznámka 3.2 Pravú stranu sme získali vynásobením matice sústavy, vektorom $x = (1, -1, 3)^T$.

Riešenie. Použijeme *singulárny rozklad matice sústavy*.

```
Matice:89> A=[1 2 3;2 4 6;3 6 9]
```

```
A =
```

```
    1    2    3
    2    4    6
    3    6    9
```

```
Matice:90> [U,S,V]=svd(A)
```

```
U =
```

```
-0.26726  0.95351  -0.13922
-0.53452  -0.26690  -0.80190
-0.80178  -0.13990   0.58101
```

```
S =
```

```
1.0e+01 *
1.40000  0.00000  0.00000
0.00000  0.00000  0.00000
0.00000  0.00000  0.00000
```

```
V =
-0.26726  0.76530  0.58557
-0.53452 -0.62336  0.57071
-0.80178  0.16047 -0.57567
Matice:91> x=[1,-1,3]'; b=A*x
b =
     8
    16
    24
```

Podľa matice S vidíme, že matica A má dve nulové singulárne čísla. Ak označíme v_2 a v_3 druhý a tretí stĺpec matice V – tieto vektory tvoria bázu jadra matice sústavy, tak všeobecné riešenie uvažovanej sústavy bude mať tvar $x = x_n + t_1 \cdot v_2 + t_2 \cdot v_3$, kde $t_1, t_2 \in \mathbb{R}$ sú ľubovoľné reálne parametre.

```
Matice:92> xn=pinv(A)*b
xn =
  0.57143
  1.14286
  1.71429
Matice:93> v2=V(:,2),v3=V(:,3)
v2 =
  0.76530
 -0.62336
  0.16047
v3 =
  0.58557
  0.57071
 -0.57567
Matice:94> [A*(xn+v2-3*v3) A*(xn-11*v2+7*v3) A*(xn+6*v2-13*v3)]
ans =
  1.0e+01 *
  0.80000  0.80000  0.80000
  1.60000  1.60000  1.60000
  2.40000  2.40000  2.40000
```

Sústavu sme riešili najprv pomocou pseudoinverznej matice A^+ , použitím funkcie `pinv`. Vidíme, že pre tri rôzne dvojice parametrov (t_1, t_2) dostávame rovnaké prave strany. Určíme ešte hodnoty parametrov, ktoré odpovedajú zvolenému vektoru x :

```
Matice:95> t=pinv([v2,v3])*(x-xn)
t =
  1.87007
 -1.71214
Matice:96> xn+t(1)*v2+t(2)*v3
ans =
  1.00000
 -1.00000
  3.00000
```

4 Záver

Snažili sme sa poukázať na to, že programy Maxima a Octave sú vhodnou náhradou za drahý komerčný softvér pri výučbe základných predmetov. Popri nich existuje celý rad ďalších OSS programov, použiteľných vo výučbe rôznych predmetov. Uvedme, napríklad: Pylab – na výučbu základov programovania, lineárnej algebry a numerických metód; program R – na výučbu matematickej štatistiky; MySQL – na výučbu databázových systémov; Open Office – na výučbu základov informatiky a \LaTeX – na prípravu kvalitných technických dokumentov, vrátane záverečných prác.

PodĎakovanie

Táto práca vznikla s podporou grantovej agentúry KEGA v rámci riešenia projektu 3/2158/04 „Využitie open source softvéru vo výučbe na vysokých školách“.

Literatúra

- [1] BUŠA, J.: *Maxima. Open source systém počítačovej algebry*. ISBN 80-8073-640-5, 2006, 92 s. (Obrazková verzia ISBN 80-8073-641-3)
- [2] BUŠA, J.: *Octave. Rozšírený úvod*. ISBN 80-8073-595-6, 2006, 107 s. (Obrazková verzia ISBN 80-8073-596-4)
- [3] DOBOŠ, J.: *Gnuplot*. ISBN 80-8073-636-7, 2006, 55 s. (Obrazková verzia ISBN 80-8073-637-5)
- [4] KAUKIČ, M.: *Základy programovania v Pylabe*. ISBN 80-8073-634-0, 2006, 59 s. (Obrazková verzia ISBN 80-8073-635-9)
- [5] POPOVEC, P.: *Balíčkovací systém pre programové vybavenie počítačov*. Obrazková verzia ISBN 80-8073-693-6, 2006, 83 s.
- [6] PRIBIŠ, J.: *Scilab*. ISBN 80-8073-654-5, 2006, 76 s. (Obrazková verzia ISBN 80-8073-655-3)
- [7] ŠEVČOVIČ, L.: *Programy na spracovanie a vizualizáciu experimentálnych údajov*. ISBN 80-8073-638-3, 2006, 74 s. (Obrazková verzia ISBN 80-8073-639-1)

Kontaktná adresa

Buša Ján (RNDr., CSc.),
Katedra matematiky FEI TU, B. Němcovej 32, 040 01 Košice,
jan.busa@tuke.sk

6th INTERNATIONAL CONFERENCE APLIMAT

Section Open Source Software in Research and Education

February 6–9, 2007

Bratislava, Slovakia

Organizers: Michal Kaukič and Miloš Šrámek

Reviewers: Ján Buša, Michal Kaukič, Dušan Mamrilla, Peter Mann, Andrej Petráš, Karel Šotek and Miloš Šrámek

Editors: Michal Kaukič, Miloš Šrámek, Ladislav Ševčovič and Ján Buša

ISBN 978-80-969562-7-2

Zborník bol vydaný s podporou SKOSI, n. o.

Copyright ©2007 autori príspevkov

Ktokoľvek má dovolenie vyhotoviť alebo distribuovať doslovný opis tohoto dokumentu alebo jeho časti akýmkoľvek médiom za predpokladu, že bude zachované oznámenie o copyrighte a o tom, že distribútor príjemcovi poskytuje povolenie na ďalšie šírenie, a to v rovnakej podobe, akú má toto oznámenie.